

## 上海中学高二周练卷（三）

2017.9.28

### 一. 填空题

1. 计算:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 直线  $x \cos 1 + y \sin 1 - 5 = 0$  的倾斜角为  $\underline{\hspace{2cm}}$
3. 过点  $(1, 2)$ , 且以  $(2, 3)$  为方向向量的直线的点方向式方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$
4. 若直线的斜率  $k = \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ), 则这条直线的倾斜角范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$
5. 已知直线  $l_1: x + y \sin \theta - 1 = 0$ ,  $l_2: 2x \sin \theta + y + 1 = 0$ , 若  $l_1 \parallel l_2$ , 则  $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$
6. 已知直线  $l: 2x - y - 4 = 0$  与  $x$  轴的交点为  $M$ , 把直线  $l$  绕点  $M$  顺时针旋转  $\frac{\pi}{4}$ , 得到的直线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$
7. 已知  $x + 3y - 7 = 0$ ,  $kx - y - 2 = 0$ ,  $x$  轴,  $y$  轴围成的四边形有外接圆, 则实数  $k = \underline{\hspace{2cm}}$
8. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AC = 2$ , 若  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ,  $\lambda \in \mathbf{R}$ , 且  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -4$ , 则  $\lambda$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$
9. 直线  $(2m+1)x + (m-3)y - 11 - m = 0$  ( $m \in \mathbf{R}$ ) 必经过的定点是  $\underline{\hspace{2cm}}$
10. 设  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  中  $\angle A, \angle B, \angle C$  所对边的边长, 则直线  $\sin A \cdot x + ay + c = 0$  与  $bx - \sin B \cdot y + \sin C = 0$  的位置关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$
11. 已知直线  $(a-2)y = (3a-1)x - 1$ , 为使这条直线不经过第二象限, 则实数  $a$  的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$
12. 已知  $\triangle ABC$  是边长为 2 的等边三角形,  $P$  为所在平面  $ABC$  内一点, 则  $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC})$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$
13. 光线从  $P(a, 0)$  出发, 经过直线  $l: x - 3y = 0$  反射到  $x$  轴的  $Q(b, 0)$ , 又从  $x$  轴的  $Q(b, 0)$  点处被反射, 反射光线恰好与直线  $l$  平行, 若  $b > 10$ , 则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$
14. 对于两个有公共始点的不共线向量  $\overrightarrow{OA}$  和  $\overrightarrow{OB}$ , 过点  $B$  作  $OA$  所在直线的垂线, 垂足为  $C$ , 则称  $\overrightarrow{OC}$  为 “ $\overrightarrow{OB}$  在  $\overrightarrow{OA}$  上的影子”, 若  $\overrightarrow{OA} = (4, -3)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (-3, 4)$ , 则  $\overrightarrow{OB}$  在  $\overrightarrow{OA}$  上的影子为  $\underline{\hspace{2cm}}$
15. 设  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  为单位向量, 非零向量  $\vec{b} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ ,  $x, y \in \mathbf{R}$ , 若  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则  $\frac{|x|}{|\vec{b}|}$  的最大值等于  $\underline{\hspace{2cm}}$

## 二. 解答题

1. 设直线  $l$  的方程为  $(a+1)x + y - 2 - a = 0$  ( $a \in \mathbf{R}$ ).

(1) 若直线  $l$  在两坐标轴上的截距相等, 求直线  $l$  的方程;

(2) 若  $a > -1$ , 直线  $l$  与  $x$ 、 $y$  轴分别交于  $M$ 、 $N$  两点,  $O$  为坐标原点, 求三角形  $OMN$  面积取最小值时, 直线  $l$  的方程.

2. 已知  $|\overrightarrow{OA}| = 1$ ,  $|\overrightarrow{OB}| = 2$ ,  $\overrightarrow{OP} = (1-t) \cdot \overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OQ} = t \cdot \overrightarrow{OB}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ ,  $|\overrightarrow{PQ}|$  在  $t = t_0$

取得最小值, 当  $0 < t_0 < \frac{1}{5}$ , 求  $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$  夹角的取值范围.

3. 对于互不重合的三条直线:  $l_1: x + y - 2 = 0$ ,  $l_2: x - 2y + 1 = 0$ ,  $l_3: 3x - y - 2 = 0$ .

(1) 计算三个直线方程构成的方程组的系数行列式的值, 将  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  画在图中, 并给出一个结论;

(2) 你能否从上述结论中推广至更一般的情况, 请写出, 并证明.

## 参考答案

### 一. 填空题

$$1. \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 2 & 0 & 9 \\ -2 & 1 & -11 \end{pmatrix}$$

$$2. 1 + \frac{\pi}{2}$$

$$3. \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2}$$

$$4. [0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}, \pi)$$

$$5. \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbf{Z})$$

$$6. y = \frac{1}{3}(x-2)$$

$$7. 3$$

$$8. \frac{3}{11}$$

$$9. (2, -3)$$

10. 垂直

$$11. [2, +\infty)$$

$$12. -\frac{3}{2}$$

$$13. (\frac{50}{13}, +\infty)$$

$$14. (-\frac{96}{25}, \frac{72}{25})$$

$$15. 2$$

### 二. 解答题

1. (1)  $x + y - 2 = 0$  或  $x - y = 0$ ; (2)  $x + y - 2 = 0$ .

2.  $(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$ .

3. (1)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$ , 三线共点; (2) 系数行列式的值为 0, 直线相交于同一点.