

上海中学高二周练卷（三）

2017.9.28

一. 填空题

1. 计算: $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 直线 $x \cos 1 + y \sin 1 - 5 = 0$ 的倾斜角为 $\underline{\hspace{2cm}}$
3. 过点 $(1, 2)$, 且以 $(2, 3)$ 为方向向量的直线的点方向式方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$
4. 若直线的斜率 $k = \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$), 则这条直线的倾斜角范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$
5. 已知直线 $l_1: x + y \sin \theta - 1 = 0$, $l_2: 2x \sin \theta + y + 1 = 0$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$
6. 已知直线 $l: 2x - y - 4 = 0$ 与 x 轴的交点为 M , 把直线 l 绕点 M 顺时针旋转 $\frac{\pi}{4}$, 得到的直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$
7. 已知 $x + 3y - 7 = 0$, $kx - y - 2 = 0$, x 轴, y 轴围成的四边形有外接圆, 则实数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 2$, 若 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, $\lambda \in \mathbf{R}$, 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -4$, 则 λ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$
9. 直线 $(2m+1)x + (m-3)y - 11 - m = 0$ ($m \in \mathbf{R}$) 必经过的定点是 $\underline{\hspace{2cm}}$
10. 设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对边的边长, 则直线 $\sin A \cdot x + ay + c = 0$ 与 $bx - \sin B \cdot y + \sin C = 0$ 的位置关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$
11. 已知直线 $(a-2)y = (3a-1)x - 1$, 为使这条直线不经过第二象限, 则实数 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$
12. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, P 为所在平面 ABC 内一点, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC})$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$
13. 光线从 $P(a, 0)$ 出发, 经过直线 $l: x - 3y = 0$ 反射到 x 轴的 $Q(b, 0)$, 又从 x 轴的 $Q(b, 0)$ 点处被反射, 反射光线恰好与直线 l 平行, 若 $b > 10$, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$
14. 对于两个有公共始点的不共线向量 \overrightarrow{OA} 和 \overrightarrow{OB} , 过点 B 作 OA 所在直线的垂线, 垂足为 C , 则称 \overrightarrow{OC} 为 “ \overrightarrow{OB} 在 \overrightarrow{OA} 上的影子”, 若 $\overrightarrow{OA} = (4, -3)$, $\overrightarrow{OB} = (-3, 4)$, 则 \overrightarrow{OB} 在 \overrightarrow{OA} 上的影子为 $\underline{\hspace{2cm}}$
15. 设 \vec{e}_1, \vec{e}_2 为单位向量, 非零向量 $\vec{b} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$, $x, y \in \mathbf{R}$, 若 \vec{e}_1, \vec{e}_2 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 则 $\frac{|x|}{|\vec{b}|}$ 的最大值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$

二. 解答题

1. 设直线 l 的方程为 $(a+1)x + y - 2 - a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 若直线 l 在两坐标轴上的截距相等, 求直线 l 的方程;

(2) 若 $a > -1$, 直线 l 与 x 、 y 轴分别交于 M 、 N 两点, O 为坐标原点, 求三角形 OMN 面积取最小值时, 直线 l 的方程.

2. 已知 $|\overrightarrow{OA}| = 1$, $|\overrightarrow{OB}| = 2$, $\overrightarrow{OP} = (1-t) \cdot \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OQ} = t \cdot \overrightarrow{OB}$, $0 \leq t \leq 1$, $|\overrightarrow{PQ}|$ 在 $t = t_0$

取得最小值, 当 $0 < t_0 < \frac{1}{5}$, 求 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 夹角的取值范围.

3. 对于互不重合的三条直线: $l_1: x + y - 2 = 0$, $l_2: x - 2y + 1 = 0$, $l_3: 3x - y - 2 = 0$.

(1) 计算三个直线方程构成的方程组的系数行列式的值, 将 l_1 、 l_2 、 l_3 画在图中, 并给出一个结论;

(2) 你能否从上述结论中推广至更一般的情况, 请写出, 并证明.

参考答案

一. 填空题

$$1. \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 2 & 0 & 9 \\ -2 & 1 & -11 \end{pmatrix} \quad 2. 1 + \frac{\pi}{2} \quad 3. \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} \quad 4. [0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}, \pi)$$

$$5. \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbf{Z}) \quad 6. y = \frac{1}{3}(x-2) \quad 7. 3 \quad 8. \frac{3}{11}$$

$$9. (2, -3) \quad 10. \text{垂直} \quad 11. [2, +\infty) \quad 12. -\frac{3}{2}$$

$$13. (\frac{50}{13}, +\infty) \quad 14. (-\frac{96}{25}, \frac{72}{25}) \quad 15. 2$$

二. 解答题

1. (1) $x + y - 2 = 0$ 或 $x - y = 0$; (2) $x + y - 2 = 0$.

2. $(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3})$.

3. (1) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0$, 三线共点; (2) 系数行列式的值为 0, 直线相交于同一点.