

上海中学高二周练卷 (05)

2017.11

一. 填空题

1. 过定点 (1,0) 且方向向量为 (2,3) 的直线, 求直线的:

① 点法向式方程_____ ② 点方向式方程_____

③ 点斜式方程_____ ④ 截距式方程_____

⑤ 一般式方程_____

2. 已知直线方程为 $4x+3y-12=0$, 求直线的

① 单位法向量为_____ ② 单位方向向量为_____

③ 在 x 轴上的截距为_____ ④ 倾斜角为_____

⑤ 斜率为_____

3. 已知线性方程组的增广矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, 写出对应的方程组_____

4. 函数 $y = |\sqrt{x^2 - 2x + 5} - \sqrt{x^2 - 4x + 5}|$ 的最大值为_____

5. 在 $\triangle ABC$ 中, O 为中线 AM 上一动点, 若 $AM = 2$, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ 的最小值是_____

6. 在平面直角坐标系中, A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的动点, 若以 AB 为直径的圆 C 与直线 $2x + y - 4 = 0$ 相切, 则圆 C 面积的最小值为_____

7. 过点 $A(11,2)$ 作圆 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 164 = 0$ 的弦, 其中弦长为整数的共有_____条

8. 在平面直角坐标系内的点 $P(a,b)$ 到直线 $y = x$ 和 $x + y = 2$ 的距离之和为 $2\sqrt{2}$, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为_____

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上有且仅有四个点到直线 $12x - 5y + c = 0$ 的距离为 1, 则实数 c 的取值范围是_____

10. 已知 AC, BD 为圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 的两条相互垂直的弦, 垂足为 $M(1, \sqrt{2})$, 则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为_____

11. 若 $a \geq 0, b \geq 0$ 且当 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ 时, 恒有 $ax + by \leq 1$, 则以 a, b 为坐标点的 $P(a,b)$ 所

形成的平面区域的面积为_____

12. 已知点 $A(1,-1), B(4,0), C(2,2)$, 区域 D 是由所有满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ ($1 < \lambda \leq a, 1 < \mu \leq b$) 的点 $P(x,y)$ 组成的, 区域 D 的面积为 8, 则 $a+b$ 的最小值为_____

二. 选择题

13. 设 $m \in \mathbf{R}$ ，过定点 A 的动直线 $x + my = 0$ 和过定点 B 的动直线 $mx - y - m + 3 = 0$ 交于点 $P(x, y)$ ，则 $|PA| + |PB|$ 的取值范围是 ()

- A. $[\sqrt{5}, 2\sqrt{5}]$ B. $[\sqrt{10}, 2\sqrt{5}]$ C. $[\sqrt{10}, 4\sqrt{5}]$ D. $[2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}]$

14. 过直线 $y = x$ 上的一点作圆 $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 2$ 的两条切线 l_1, l_2 ，当 l_1 与 l_2 关于直线 $y = x$ 对称时，他们之间的夹角是 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

15. 已知圆 $C: (x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$ ，平面区域 $\Omega: \begin{cases} x+y-7 \leq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，若圆心 $C \in \Omega$ ，且圆 C

与 x 轴相切，则 $a^2 + b^2$ 的最大值为 ()

- A. 5 B. $39 - 12\sqrt{2}$ C. 37 D. 49

16. 已知两个不相等的非零向量 \vec{a}, \vec{b} ，两组向量 $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4, \vec{x}_5$ 和 $\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3, \vec{y}_4, \vec{y}_5$ 均由 2 个 \vec{a} 和 3 个 \vec{b} 排列而成，记 $S = \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_1 + \vec{x}_2 \cdot \vec{y}_2 + \vec{x}_3 \cdot \vec{y}_3 + \vec{x}_4 \cdot \vec{y}_4 + \vec{x}_5 \cdot \vec{y}_5$ ， S_{\min} 表示 S 所有可能取值中的最小值，则下列命题正确的个数是 ()

- ① S 有 5 个不同的值；② 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 S_{\min} 与 $|\vec{a}|$ 无关；③ 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 S_{\min} 与 $|\vec{b}|$ 无关；
④ 若 $|\vec{b}| > 4|\vec{a}|$ ，则 $S_{\min} > 0$ ；⑤ 若 $|\vec{b}| = 4|\vec{a}|$ ， $S_{\min} = 8|\vec{a}|^2$ ，则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$ 。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

三. 解答题

1. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6mx - 2(m-1)y + 10m^2 - 2m - 24 = 0$ ，求证：

- (1) 求圆心所在的直线 l 的方程；
(2) 若直线 $l: x - 3y + 7 = 0$ 与圆相交于 A, B ，求 $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$ 。

2. 已知圆 C 与圆 $D: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ 关于直线 $4x + 2y - 5 = 0$ 对称。

- (1) 求圆 C 的方程；
(2) 若点 $P(2, 0), M(0, 2)$ ，设 Q 为圆 C 上一个动点。

- ① 求 $\triangle QPM$ 面积的最大值，并求出最大值时对应点 Q 的坐标；
② 在①的结论下，过点 Q 作两条相异直线分别与圆 C 相交于 A, B 两点，若直线 QA, QB 的倾斜角互补，问直线 AB 与直线 PM 是否垂直？说明理由。

参考答案

一. 填空题

1. $-3(x-1)+2y=0$ $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}$ $y=\frac{3}{2}(x-1)$ $\frac{x}{1}+\frac{y}{-1.5}=1$ $3x-2y-3=0$

2. $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$, $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ $(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$, $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 3 $\pi - \arctan \frac{4}{3}$ $-\frac{4}{3}$

3. $\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ -x+2y=4 \end{cases}$ 4. $\sqrt{2}$ 5. -2 6. $\frac{4}{5}\pi$ 7. 32

8. 1 9. $(-13, 13)$ 10. 5 11. 1 12. 4

二. 选择题

13. B 14. C 15. C 16. C

三. 解答题

1. (1) $x-3y-3=0$; (2) -5 .

2. (1) $x^2+y^2=2$; (2) ① 4, $(-1, -1)$; ② 垂直.