

## 上海中学高二周练卷 (07)

2017.11.23

### 一. 填空题

1. 已知双曲线  $\frac{x^2}{n} - \frac{y^2}{12-n} = 1$  的离心率为  $\sqrt{3}$ , 则  $n =$  \_\_\_\_\_
2. 与椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$  有公共焦点, 且过点  $(3\sqrt{2}, 2)$  的双曲线方程为 \_\_\_\_\_
3. 若方程  $\frac{x^2}{|m|-1} - \frac{y^2}{2-m} = 1$  表示双曲线, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_
4. 已知  $P$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$  右支上一点, 双曲线的一条渐近线方程为  $3x - y = 0$ , 设  $F_1$ 、 $F_2$  为双曲线的左、右焦点, 若  $|PF_2| = 3$ , 则  $|PF_1| =$  \_\_\_\_\_
5. 对于实数  $m$ , 直线  $l: (m+1)x - my - 1 = 0$  与圆  $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ , 下列的叙述:  
 ① 存在实数  $m$ , 使得  $l$  与  $C$  相切; ② 任意实数  $m$ ,  $l$  与  $C$  必相交; ③ 不存在实数  $m$ , 使得  $l$  与  $C$  没有交点; 其中正确的序号为 \_\_\_\_\_
6. 已知  $O$  为坐标原点, 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点为  $F$ , 以  $OF$  为直径作圆与双曲线的渐近线交于异于原点的两点  $A$ 、 $B$ , 若  $(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AF}) \cdot \overrightarrow{OF} = 0$ , 则双曲线的离心率  $e =$  \_\_\_\_\_
7. 已知圆  $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$  经过椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的一个顶点和一个焦点, 则圆心到双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的渐近线的距离为 \_\_\_\_\_
8. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  与  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的四个顶点连线围成的图形面积为  $S_1$ , 四个焦点连线围成的图形面积为  $S_2$ , 则  $\frac{S_1}{S_2}$  的最大值为 \_\_\_\_\_
9. 已知双曲线  $C$  的两条渐近线为  $y = \pm x$ , 对称轴为坐标轴, 点  $A$  是双曲线  $C$  上任意点, 点  $B$  是圆  $R: (x-6)^2 + y^2 = 1$  上的任意点, 设  $|AB|$  的最小值为  $\sqrt{14} - 1$ , 求双曲线  $C$  的方程 \_\_\_\_\_
10. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1(-c, 0)$ 、 $F_2(c, 0)$ , 若双曲线上存在一点  $P$  使  $\frac{\sin \angle PF_1F_2}{\sin \angle PF_2F_1} = \frac{a}{c}$ , 则该双曲线的离心率的取值范围是 \_\_\_\_\_
11. 已知  $P$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  上除顶点外任意一点,  $F_1$ 、 $F_2$  为左、右焦点,  $C$  为半焦距,

$\Delta PF_1F_2$  的内切圆与  $F_1F_2$  切于点  $M$ ，则  $|F_1M| \cdot |F_2M|$  的值为\_\_\_\_\_

## 二. 选择题

1. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  为双曲线  $C: x^2 - y^2 = 1$  的左、右焦点，点  $P$  在  $C$  上， $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，则  $P$  到  $x$  轴的距离为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{6}$

2. 直线  $y = x + 3$  与曲线  $\frac{y^2}{9} - \frac{x|x|}{4} = 1$  的公共点的个数是 ( )

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

3. 已知  $x$ 、 $y$  满足  $(x - y - 1)(x + y) \leq 0$ ，则  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2$  的最小值 ( )

- A. 0      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D. 2

## 三. 解答题

1. 直线  $ax - y + 1 = 0$  与双曲线  $3x^2 - y^2 = 1$  相交于  $A$ 、 $B$  两个不同点.

(1) 求实数  $a$  的取值范围; (2) 实数  $a$  为何值时, 以  $AB$  为直径的圆经过原点.

2. 已知双曲线  $C$  与椭圆  $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$  有相同的焦点, 直线  $y = \sqrt{3}x$  为  $C$  的一条渐近线.

(1) 求双曲线  $C$  的方程;

(2) 过点  $P(0, 4)$  的直线  $l$  交双曲线  $C$  于  $A$ 、 $B$  两点, 交  $x$  轴于点  $Q$  (点  $Q$  与  $C$  的顶点不重合), 当  $\overrightarrow{PQ} = \lambda_1 \overrightarrow{QA} = \lambda_2 \overrightarrow{QB}$ , 且  $\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{8}{3}$  时, 求点  $Q$  的坐标,

3. 设  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  是椭圆  $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 上的两点, 满足

$(\frac{x_1}{b}, \frac{y_1}{a}) \cdot (\frac{x_2}{b}, \frac{y_2}{a}) = 0$ , 已知椭圆的离心率  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 短轴长为 2,  $O$  为坐标原点.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若直线  $AB$  过椭圆的焦点  $F(0, c)$  ( $c$  为半焦距), 求直线  $AB$  的斜率  $k$  的值;

(3) 试问:  $\Delta AOB$  的面积是否为定值? 如果是, 请给予证明, 如果不是, 请说明理由.

## 参考答案

### 一. 填空题

1. 4      2.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$       3.  $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$       4. 5      5. ②③

6.  $\sqrt{2}$       7.  $\frac{4\sqrt{34}}{17}$       8.  $\frac{1}{2}$       9.  $x^2 - y^2 = 4$  或  $x^2 - y^2 = 50 \pm 12\sqrt{14}$

10.  $(1, 1 + \sqrt{2})$       11.  $b^2$

### 二. 选择题

1. B      2. C      3. B

### 三. 解答题

1. (1)  $a \in (-\sqrt{6}, -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \sqrt{6})$ ; (2)  $a = \pm 1$ .

2. (1)  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ ; (2)  $Q(\pm 2, 0)$ .

3. (1)  $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$ ; (2)  $\pm\sqrt{2}$ ; (3) 1