

上海中学高二周练卷 (07)

2017.11.23

一. 填空题

1. 已知双曲线 $\frac{x^2}{n} - \frac{y^2}{12-n} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则 $n =$ _____
2. 与椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$ 有公共焦点, 且过点 $(3\sqrt{2}, 2)$ 的双曲线方程为 _____
3. 若方程 $\frac{x^2}{|m|-1} - \frac{y^2}{2-m} = 1$ 表示双曲线, 则 m 的取值范围是 _____
4. 已知 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ 右支上一点, 双曲线的一条渐近线方程为 $3x - y = 0$, 设 F_1 、 F_2 为双曲线的左、右焦点, 若 $|PF_2| = 3$, 则 $|PF_1| =$ _____
5. 对于实数 m , 直线 $l: (m+1)x - my - 1 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$, 下列的叙述:
 ① 存在实数 m , 使得 l 与 C 相切; ② 任意实数 m , l 与 C 必相交; ③ 不存在实数 m , 使得 l 与 C 没有交点; 其中正确的序号为 _____
6. 已知 O 为坐标原点, 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F , 以 OF 为直径作圆与双曲线的渐近线交于异于原点的两点 A 、 B , 若 $(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AF}) \cdot \overrightarrow{OF} = 0$, 则双曲线的离心率 $e =$ _____
7. 已知圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = 1$ 经过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个顶点和一个焦点, 则圆心到双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线的距离为 _____
8. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与 $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的四个顶点连线围成的图形面积为 S_1 , 四个焦点连线围成的图形面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值为 _____
9. 已知双曲线 C 的两条渐近线为 $y = \pm x$, 对称轴为坐标轴, 点 A 是双曲线 C 上任意点, 点 B 是圆 $R: (x-6)^2 + y^2 = 1$ 上的任意点, 设 $|AB|$ 的最小值为 $\sqrt{14} - 1$, 求双曲线 C 的方程 _____
10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$ 、 $F_2(c, 0)$, 若双曲线上存在一点 P 使 $\frac{\sin \angle PF_1F_2}{\sin \angle PF_2F_1} = \frac{a}{c}$, 则该双曲线的离心率的取值范围是 _____
11. 已知 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上除顶点外任意一点, F_1 、 F_2 为左、右焦点, C 为半焦距,

ΔPF_1F_2 的内切圆与 F_1F_2 切于点 M ，则 $|F_1M| \cdot |F_2M|$ 的值为_____

二. 选择题

1. 已知 F_1 、 F_2 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ 的左、右焦点，点 P 在 C 上， $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ ，则 P 到 x 轴的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$

2. 直线 $y = x + 3$ 与曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x|x|}{4} = 1$ 的公共点的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知 x 、 y 满足 $(x - y - 1)(x + y) \leq 0$ ，则 $(x + 1)^2 + (y + 1)^2$ 的最小值 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 2

三. 解答题

1. 直线 $ax - y + 1 = 0$ 与双曲线 $3x^2 - y^2 = 1$ 相交于 A 、 B 两个不同点.

(1) 求实数 a 的取值范围; (2) 实数 a 为何值时, 以 AB 为直径的圆经过原点.

2. 已知双曲线 C 与椭圆 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 有相同的焦点, 直线 $y = \sqrt{3}x$ 为 C 的一条渐近线.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 过点 $P(0, 4)$ 的直线 l 交双曲线 C 于 A 、 B 两点, 交 x 轴于点 Q (点 Q 与 C 的顶点不重合), 当 $\overrightarrow{PQ} = \lambda_1 \overrightarrow{QA} = \lambda_2 \overrightarrow{QB}$, 且 $\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{8}{3}$ 时, 求点 Q 的坐标,

3. 设 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 是椭圆 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上的两点, 满足

$(\frac{x_1}{b}, \frac{y_1}{a}) \cdot (\frac{x_2}{b}, \frac{y_2}{a}) = 0$, 已知椭圆的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 短轴长为 2, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若直线 AB 过椭圆的焦点 $F(0, c)$ (c 为半焦距), 求直线 AB 的斜率 k 的值;

(3) 试问: ΔAOB 的面积是否为定值? 如果是, 请给予证明, 如果不是, 请说明理由.

参考答案

一. 填空题

1. 4 2. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$ 3. $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$ 4. 5 5. ②③

6. $\sqrt{2}$ 7. $\frac{4\sqrt{34}}{17}$ 8. $\frac{1}{2}$ 9. $x^2 - y^2 = 4$ 或 $x^2 - y^2 = 50 \pm 12\sqrt{14}$

10. $(1, 1 + \sqrt{2})$ 11. b^2

二. 选择题

1. B 2. C 3. B

三. 解答题

1. (1) $a \in (-\sqrt{6}, -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \sqrt{6})$; (2) $a = \pm 1$.

2. (1) $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$; (2) $Q(\pm 2, 0)$.

3. (1) $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$; (2) $\pm\sqrt{2}$; (3) 1