

# 上海实验学校高二数学练习试卷

2022.05

## 一. 填空题

1. 二项式  $(x - \frac{1}{x^2})^6$  展开式中  $x^3$  项的系数为\_\_\_\_\_

2. 已知  $n \in \mathbf{N}^*$ , 若  $C_n^1 + 2C_n^2 + 2^2 C_n^3 + \dots + 2^{n-2} C_n^{n-1} + 2^{n-1} = 40$ , 则  $n =$ \_\_\_\_\_

3. 已知变量  $x$ 、 $y$  之间的线性回归方程为  $\hat{y} = -0.4x + 7.6$ , 且变量  $x$ 、 $y$  之间的一组相关数据如表所示, 则下列说法中正确的有\_\_\_\_\_

$x$	6	8	10	12
$y$	6	$m$	3	2

① 变量  $x$ 、 $y$  之间呈现负相关关系; ②  $m$  的值等于 5;

③ 变量  $x$ 、 $y$  之间的相关系数  $r = -0.4$ ; ④ 由表格数据知, 该回归直线必过点  $(9, 4)$ .

4. 两个实习生每人加工一个零件, 加工为一等品的概率分别为  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{3}{4}$ , 两个零件是否加工为一等品相互独立, 则这两个零件中恰有一个一等品的概率为\_\_\_\_\_

5. 如果今天是星期三, 那么  $2^{2002}$  天以后的那一天是星期\_\_\_\_\_

6. 在由数字 1、2、3、4、5 组成的所有没有重复数字的 5 位数中, 大于 23145 且小于 43521 的数共有\_\_\_\_\_个

7. 在分别写有 2、4、6、7、8、11、12、13 的 8 张卡片中任取两张, 用卡片上的两个数字组成一个分数, 求所得分数是既约分数的概率为\_\_\_\_\_

8. 袋内有 8 个白球和 2 个红球, 每次从中随机取出一个球, 然后放回 1 个白球, 则第 4 次恰好取完所有红球的概率为\_\_\_\_\_

9. 甲罐中有 5 个红球, 2 个白球和 3 个黑球, 乙罐中有 4 个红球, 3 个白球和 3 个黑球, 先从甲罐中随机取出一球放入乙罐, 分别以  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$  表示从甲罐取出的球是红球, 白球和黑球的事件; 再从乙罐中随机取出一球, 以  $B$  表示从乙罐取出的球是红球的事件, 则下列结论中正确的是\_\_\_\_\_

①  $P(B) = \frac{2}{5}$ ; ②  $P(B|A_1) = \frac{5}{11}$ ; ③ 事件  $B$  与事件  $A_1$  相互独立;

④  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  是两两互斥的事件.

10.  $A$ 、 $B$  两个代表队进行乒乓球对抗赛, 每队三名队员,  $A$  队队员是  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ ,  $B$  队队员是  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ , 按以往多次比赛的统计, 对阵队员之间胜负概率如表:

对阵队员	A 队队员胜的概率	A 队队员负的概率
$A_1$ 对 $B_1$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$A_2$ 对 $B_2$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
$A_3$ 对 $B_3$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

现按表中对阵方式出场，每场胜队得 1 分，负队得 0 分，设 A 队最后所得总分为  $\xi$ ，则  $E[\xi] =$  \_\_\_\_\_

## 二. 选择题

11. 公安部新修订的《机动车登记规定》正式实施后，小型汽车的号牌已经可以采用“自主编排”的方式进行编排，某人欲选由 A、B、C、D、E 中的两个不同字母，和 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 中的 3 个不同数字，组成的三个数字都相邻的一个号牌，则他选择号牌的方法种数最多有 ( ) 种

- A. 7200      B. 14400      C. 21600      D. 43200

12. 一个小孩用 13 个字母：3 个 A，2 个 I，2 个 M，2 个 J，其他 C、E、H、N 各一个作组字游戏，恰好组成“MATHEMATICIAN”一词的概率为 ( )

- A.  $\frac{24}{8!}$       B.  $\frac{48}{8!}$       C.  $\frac{24}{13!}$       D.  $\frac{48}{13!}$

13. 演讲比赛共有 9 位评委分别给出某选手的原始评分，评定该选手的成绩时，从 9 个原始评分中去掉 1 个最高分、1 个最低分，得到 7 个有效评分. 7 个有效评分与 9 个原始评分相比，不变的数字特征是 ( )

- A. 中位数      B. 平均数      C. 方差      D. 极差

14. 下面给出四种说法：

① 若在二项式  $(x+1)^{10}$  的展开式中任取一项，则该项的系数为奇数的概率是  $\frac{4}{11}$ ；

② 在线性回归模型中， $R^2$  表示解释变量对于预报变量变化的贡献率， $R^2$  越接近于 1，表示回归效果越好；

③ 绘制频率分布直方图时，各小长方形的面积等于相应各组的组距；

④ 已知  $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ， $P(A) = \frac{3}{5}$ ，则  $P(AB) = \frac{5}{6}$

其中不正确的是 ( )

- A. ①③      B. ①②④      C. ③④      D. ①③④

### 三. 解答题

15. 设 10 件产品中有 4 件次品, 6 件正品, 试求下列事件的概率.

- (1) 从中任取 2 件都是次品;
- (2) 从中依次取 5 件恰有 2 件次品;
- (3) 从中有放回的任取 3 件都是正品;
- (4) 有放回的任取三件至少有 2 件次品;
- (5) 从中依次取 5 件恰有 2 件次品.

16. 司机在开机动车时使用手机是违法行为, 会存在严重的安全隐患, 危及自己和他人的生命. 为了研究司机开车时使用手机的情况, 交警部门调查了 100 名机动车司机, 得到以下统计: 在 55 名男性司机中, 开车时使用手机的有 40 人, 开车时不使用手机的有 15 人; 在 45 名女性司机中, 开车时使用手机的有 20 人, 开车时不使用手机的有 25 人.

(1) 完成下面的  $2 \times 2$  列联表, 并判断是否有 99.5% 的把握认为开车时使用手机与司机的性别有关:

	开车时使用手机	开车时不使用手机	合计
男性司机人数			
女性司机人数			
合计			

(2) 以上述的样本数据来估计总体. 现交警部门从道路上行驶的大量机动车中随机抽检 3 辆, 记这 3 辆车中司机为男性且开车时使用手机的车辆数为  $X$ , 若每次抽检的结果都相互独立, 求  $X$  的分布列和数学期望  $E(X)$ .

参考公式与数据:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a+b+c+d$ .

$P(X^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

17. 甲、乙两人各射击一次，击中目标的概率分别是  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{3}{4}$ . 假设两人射击是否击中目标，相互之间没有影响，每人各次射击是否击中目标，相互之间也没有影响.

(1) 求甲射击 4 次，至少 1 次未击中目标的概率；

(2) 求两人各射击 4 次，甲恰好击中目标 2 次且乙恰好击中目标 3 次的概率；

(3) 假设某人连续 2 次未击中目标，则停止射击. 问：乙恰好射击 5 次后，被中止射击的概率是多少？

18. 用记号  $\sum_{i=0}^n a_i$  表示  $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ ,  $b_n = \sum_{i=0}^n a_{2i}$ , 其中  $i \in \mathbf{N}$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

(1) 设  $\sum_{k=1}^{2n} (1+x)^k = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{2n-1} x^{2n-1} + a_{2n} x^{2n}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ), 求  $b_2$  的值；

(2) 若  $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$  成等差数列, 求证:  $\sum_{i=0}^n (a_i C_n^i) = (a_0 + a_n) \cdot 2^{n-1}$ ;

(3) 在条件 (1) 下, 记  $d_n = 1 + \sum_{i=1}^n [(-1)^i b_i C_n^i]$ , 且不等式  $t(d_n - 1) \leq b_n$  恒成立, 求实数  $t$  的取值范围.

### 附加题

19. 有  $n$  个外表上没有区别的袋子( $n > 2$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ ), 第  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) 个袋子有  $k$  个红球,  $n - k$  个白球, 把这些袋子混合后, 任选一个袋子, 并且从中连续取出三个球(每次取出不放回), 求第三次取出的球为白球的概率.

20. 2019 全国美丽乡村篮球大赛在中国农村改革的发源地——安徽凤阳举办, 其间甲、乙两人轮流进行篮球定点投篮比赛(每人各投一次为一轮), 在相同的条件下, 每轮甲乙两人或同一位置, 甲先投, 每人投一次球, 两人有 1 人命中, 命中者得 1 分, 未命中者得 -1 分; 两人都命中或都未命中, 两人都得 0 分, 设甲每次投球命中的概率为  $\frac{1}{2}$ , 乙每次投球命中的概率为  $\frac{2}{3}$ , 且各次投球互不影响.

(1) 经过 1 轮投球, 记甲的得分为  $X$ , 求  $X$  的分布列;

(2) 若经过  $n$  轮投球, 用  $p_i$  表示经过第  $i$  轮投球累计得分甲的得分高于乙的得分的概率.

① 求  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$ ;

② 规定  $p_0 = 0$ , 经过计算机计算可估计得  $p_i = ap_{i+1} + bp_i + cp_{i-1}$  ( $b \neq 1$ ), 请根据①中  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$  的值分别写出  $a$ 、 $c$  关于  $b$  的表达式, 并由此求出数列  $\{p_n\}$  的通项公式.

## 参考答案

### 一. 填空题

1. -6      2. 4      3. ①②④      4.  $\frac{5}{12}$       5. 五  
 6. 58      7.  $\frac{9}{14}$       8. 0.0434      9. ②④      10.  $\frac{22}{15}$

### 二. 选择题

11. D      12. D      13. A      14. C

### 三. 解答题

15. (1)  $\frac{2}{15}$ ; (2)  $\frac{1}{21}$ ; (3)  $\frac{27}{125}$ ; (4)  $\frac{44}{125}$ ; (5)  $\frac{10}{21}$

16. (1) 如下表, 有关; (2) 分布列如下表,  $E(X) = \frac{6}{5}$

	开车时使用手机	开车时不使用手机	合计
男性司机人数	40	15	55
女性司机人数	20	25	45
合计	60	40	100

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

17. (1)  $\frac{65}{81}$ ; (2)  $\frac{1}{8}$ ; (3)  $\frac{45}{1024}$

18. (1) 15; (2) 略; (3)  $[-1, \frac{5}{3}]$

### 附加题

19.  $\frac{n-1}{2n}$

20. (1) 如下表; (2)  $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{7}{36}$ 、 $\frac{43}{216}$ ; (3)  $a = \frac{6}{7}(1-b)$ ,  $c = \frac{1}{7}(1-b)$ ,  $p_n = \frac{1}{5}(1 - \frac{1}{6^n})$

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$