建平中学高二月考数学试卷

2022.06

一. 填空题

1. 不等式 $\frac{x-2}{x}>0$ 的解集为________

2. 已知向量 $\vec{a}=(1,2)$ ，$\vec{b}=(\lambda,4)$ ，若 $\vec{a}\parallel\vec{b}$ ，则 $\lambda=$________

3. 函数 $f(x)=\sin 2x$ 的周期为________

4. 冬天是鼻炎和感冒的高发期，某人在冬季里鼻炎发作的概率为 $P(A)=0.8$ ，鼻炎发作且感冒的概率为 $P(A\cap B)=0.6$ ，则此人在鼻炎发作的情况下，感冒的概率为________

5. 已知一组样本数据 5、2、3、6，则该组数据的第 70 百分位数为________

6. 若集合 $A=\{x\mid ax^2-2x+1=0\}$ 有且只有一个元素，则 a 的取值集合为________

7. 下列结论中错误的是________(填序号)

① 如果 $P(A)=0.9999$ ，那么 A 为必然事件；

② 频率是客观存在的，与试验次数无关；

③ 概率是随机的，在试验前不能确定；

④ 若事件 A 与 B 是对立事件，则 A 与 B 一定是互斥事件.

		甲		乙	
	8	5	7	3	8
7	4	x	8	3	y
		2	9	1	5

8. 甲乙两人同时参加了我校举行的歌唱比赛，6 位评委的评分情况如茎叶图所示，其中甲的成绩的中位数是 82，乙的成绩的平均数是 84，若正实数 a、b 满足：$2x$ 、 $a+b$ 、 $2y$ 成等差数列，则 a^2+b^2 的最小值为________

9. 建平中学为了提升学生的学习热情，组织了一场知识竞赛，决赛中 A、B 两队各由 3 名选手组成，每局两队各派一名选手比赛，比赛三局，除第三局胜者得 4 分外，其余各局胜者均得 2 分，每局的负者得 0 分，假设每局比赛 A 队选手获胜的概率均为 $\frac{1}{3}$ ，且各局比赛结果相互独立，比赛结束时 A 队的得分高于 B 队的得分的概率为________

10. 把 20 个相同的小球放到三个编号为 1、2、3 的盒子里，且每个盒子内的小球数要多于盒子的编号数，则共有________种放法

11. 在△ABC 中，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=10$ ，$|\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}|=8$ ，则△ABC 面积的最大值为________

12. 已知函数 $f(x)=4e\ln x-\frac{x^2}{x-e\ln x}+mx$ 存在 4 个零点，则实数 m 的取值范围是______

二. 选择题

13. 下列抽样方法是简单随机抽样的是（　　）

A. 某医院从 200 名医生中，挑选出 50 名最优秀的医生去参加抗疫活动

B. 从 10 个手机中逐个不放回地随机抽取 2 个进行质量检验

C. 从空间直角坐标系中抽取 10 个点作为样本

D. 饮料公司从仓库中的 500 箱饮料中一次性抽取前 10 箱进行质量检查

14. 将一颗质地均匀的骰子先后抛掷两次，观察向上的点数，则点数和为 6 的概率为（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{5}{36}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{7}{36}$

15. 在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间没有发生规模群体感染的标志为“连续 10 天，每天新增疑似病例不超过 7 人”．根据过去 10 天甲乙丙丁四地新增疑似病例数据，一定符合该标志的是（　　）

A. 甲地：总体均值为 3，中位数为 4　　B. 乙地：总体均值为 1，总体方差大于 0

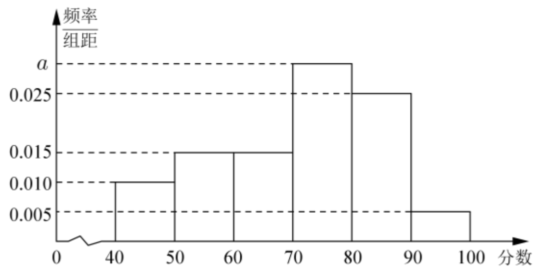
C. 丙地：总体均值为 2，总体方差为 3　　D. 丁地：中位数为 2，众数为 3

16. 设集合 $A=\{1,2,\cdots,2022\}$，集合 S 是集合 A 的非空子集，S 中最大元素和最小元素的差称为集合 S 的长度，那么集合 S 所有长度为 73 的子集的元素个数之和为（　　）

A. $2^{72}\cdot 38\cdot 1949$　　B. $2^{74}\cdot 1949$　　C. $2^{73}\cdot 37\cdot 1949$　　D. $2^{70}\cdot 76\cdot 1949$

三. 解答题

17. 某校高二年级一个班有 60 名学生，将期中考试的数学成绩(均为整数)分成六段：[40,50)、[50,60)、[60,70)、[70,80)、[80,90)、[90,100]，得到如图所示的频率分布直方图，



（1）求 a 的值；

（2）用分层随机抽样的方法从中抽取一个容量为 20 的样本，已知甲同学的成绩在[70,80)，乙同学的成绩在[80,90)，求甲乙至少一人被抽到的概率.

18. 已知$\overrightarrow{m}=(\cos x,2\cos^2 x-1)$，$\vec{n}=(\sin x,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，且函数 $f(x)=\overrightarrow{m}\cdot\vec{n}$.

（1）求 $f(x)$ 的对称轴方程；

（2）在锐角△ABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，若 $f(A)=0$，$B=\dfrac{\pi}{4}$，$a=\sqrt{3}$，求△ABC 的面积.

19. 设 n 为正整数，$(x+y)^{2n}$ 的二项展开式的系数最大值为 M，$(x+y)^{2n+1}$ 的二项展开式的系数最大值为 N，M 与 N 满足$11M=6N$.

（1）求正整数 n 的值；

（2）求 $(x+y+1)(x-y)^{n+1}$ 的展开式中 x^2y^5 的系数.

20. 已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的焦点在 x 轴上，且以短轴端点和焦点为顶点的四边形是边长为 2 的正方形.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）若 (x,y) 是椭圆 M 上的动点，求 $x+2y$ 的取值范围；

（3）已知不过原点且斜率存在的直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 E 交于椭圆顶点的 M、N 两点，O 为坐标原点，直线 MO 与椭圆 E 的另一个交点为 T 点，直线 l 和直线 MO 的斜率之积为 1，直线 NT 与 x 轴交于点 K. 若直线 NT、MK 的斜率分别为 k_1、k_2，试判断 $2k_1+4k_2$ 是否为定值，若是，求出该定值；若不是，说明理由.

21. 已知 $f(x)=\log_a x$， $g(x)=a^x$，其中 $a>1$.

（1）请利用 $y=\ln x$ 的导函数推出 $f(x)$ 导函数，并求函数 $h(x)=f(x)-\dfrac{x}{\ln a}$ 的递增区间；

（2）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_1, f(x_1))$ 处的切线与曲线 $y=g(x)$ 在点 $(x_2, f(x_2))$ 的切线平行，求 $f(x_1)+x_2$ (化简为只含 a 的代数式)；

（3）证明：当 $a\geq e^{\frac{1}{e}}$ 时，存在直线 l，使得 l 既是 $y=f(x)$ 的一条切线，也是 $y=g(x)$ 的一条切线.

参考答案

一. 填空题

1. $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$　　2. 2　　3. π　　4. $\frac{3}{4}$

5. 5　　6. $\{0,1\}$　　7. ①②③　　8. 8

9. $\frac{19}{27}$　　10. 78　　11. 16　　12. $(0,1]$

二. 选择题

13. C　　14. B　　15. C　　16. A

三. 解答题

17.（1）0.030；（2）$\frac{1}{3}$

18.（1）$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，对称轴 $x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$）;（2）$\frac{3+\sqrt{3}}{4}$

19.（1）5；（2）9

20.（1）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$；（2）$[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$；（3）0

21.（1）$(0,1)$；（2）$-\frac{2\ln\ln a}{\ln a}$；（3）略